Il significato del SMS

Il ***saggio marginale di sostituzione*** **misura quante unità del bene 2 è disposto a cedere il consumatore in cambio di una unità del bene 1** ***restando indifferente*** **tra prima e dopo. Misura quanto vale,** ***per il consumatore*****, un bene rispetto** ***all'altro*****.**

SMS misura l'equivalenza ***soggettiva*** **tra i beni**

ANALOGIE E DIFFERENZE COL PREZZO RELATIVO:

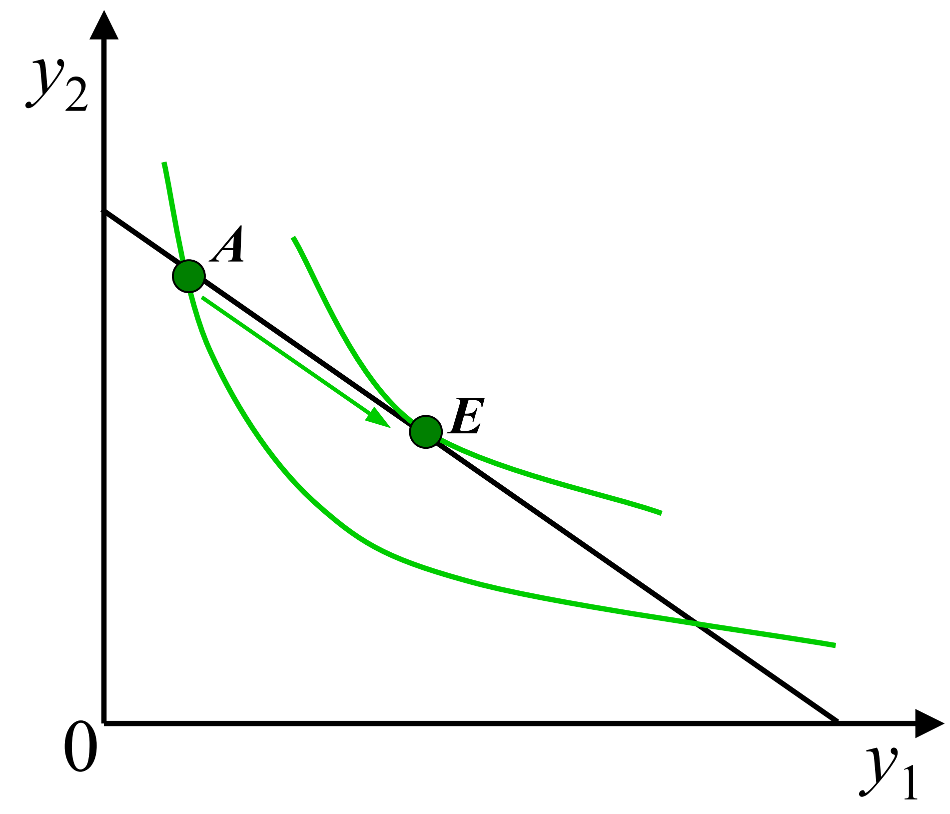
- p_1/p_2 **misura l'equivalenza tra i beni** ***per il mercato*****;**
  SMS **misura l'equivalenza** ***per il consumatore*****;**
- p_1/p_2 **è** ***costante*** **(è l'inclinazione di una** ***retta*****);**
  SMS **è** ***variabile*** **(è l'inclinazione di una** ***curva*****).**

L'equilibrio del consumatore

Quando il consumatore sceglie il paniere preferito (*E* nella figura) è in *equilibrio* (infatti non ha motivo di cambiare scelta).

In equilibrio **l'inclinazione della curva di indifferenza è uguale a quella della retta del bilancio:**

$$\text{SMS} = p_1/p_2$$



L'uguaglianza, *in equilibrio*, tra saggio marginale di sostituzione e prezzo relativo ha un importante *significato* economico: perché da *A* (dove SMS $> p_1/p_2$) conviene passare a *E*? Perché in *A* y_1 è valutato più di quanto costa sul mercato (il contrario per y_2).

Una questione di segni

Abbiamo visto che l'*equilibrio* del consumatore è identificato dalla *condizione* che l'inclinazione della curva di indifferenza sia uguale a quella della retta del bilancio. Abbiamo espresso tale condizione scrivendo: $\text{SMS} = p_1/p_2$

ATTENZIONE: in realtà, le inclinazioni della curva e della retta sono entrambe *negative*. Perciò, a rigore, dovremmo scrivere $(\Delta y_1/\Delta y_2) = -(p_1/p_2)$ **dove la variazione al primo membro (negativa) è calcolata lungo la curva di indifferenza.**

Scrivendo $\text{SMS} = p_1/p_2$ **abbiamo cambiato di "segno" sia il primo che il secondo membro. Ricordare che, come risulta dalla *slide* 41,** SMS **è una *grandezza positiva*.**

Calcolare la soluzione

Proviamo a calcolare la scelta del consumatore nel caso descritto nella *slide* 18. Conosciamo i due prezzi e il reddito: $p_1 = 10$, $p_2 = 20$, $M = 200$; **possiamo perciò scrivere l'equazione del vincolo di bilancio, che è** $10y_1 + 20y_2 = 200$.

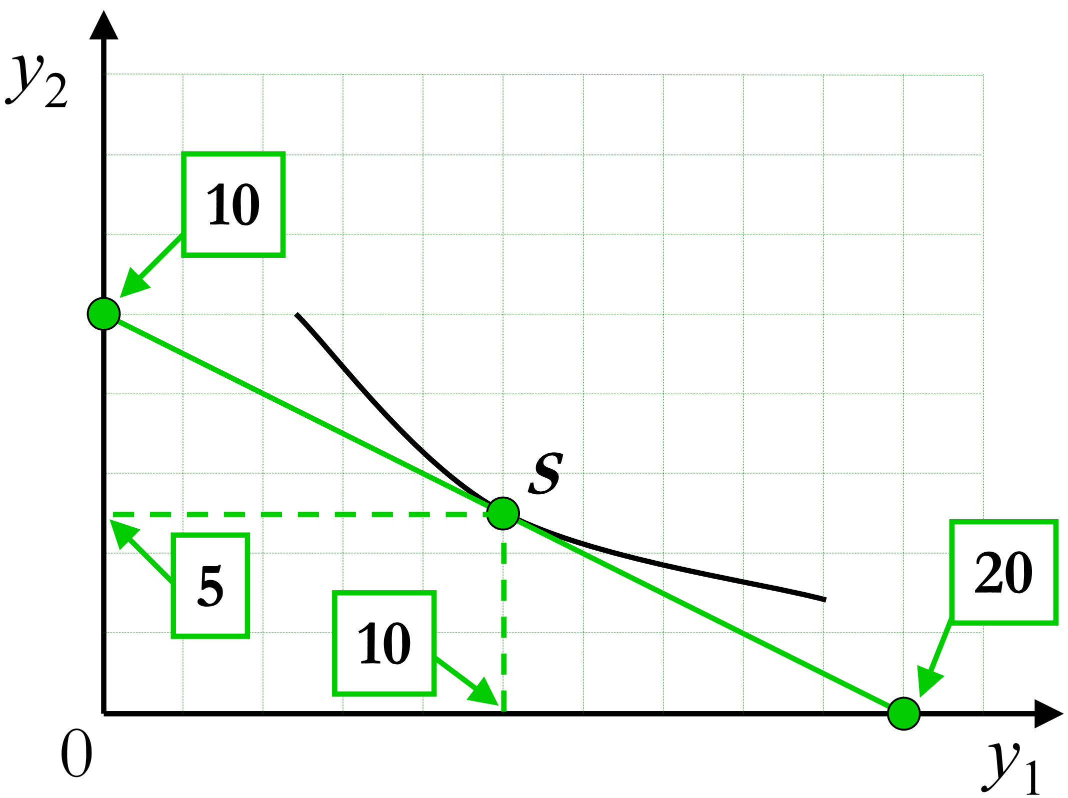
Cos'altro ci serve? Dato che la scelta è identificata anche dalla condizione $\text{SMS} = p_1/p_2$, **ci serve una espressione per** SMS.

Poniamo che tale espressione sia $\text{SMS} = y_2/y_1$ **(notare che, nella formula,** SMS **è variabile e diminuisce all'aumentare di** y_1**).**

Sostituendo l'espressione di SMS **nell'uguaglianza** $\text{SMS} = p_1/p_2$ **si trova** $y_2/y_1 = 1/2$ **e, da questa uguaglianza,** $y_1 = 2y_2$; **sostituendo nel vincolo di bilancio (e risolvendo l'equazione risultante) si trova prima** $y_2 = 5$ **e poi** $y_1 = 10$.

Il grafico corrispondente

Si disegna la retta del bilancio usando l'equazione del vincolo per identificare i due punti di incontro con gli assi: $y_1 = 20$ **e** $y_2 = 10$**.**



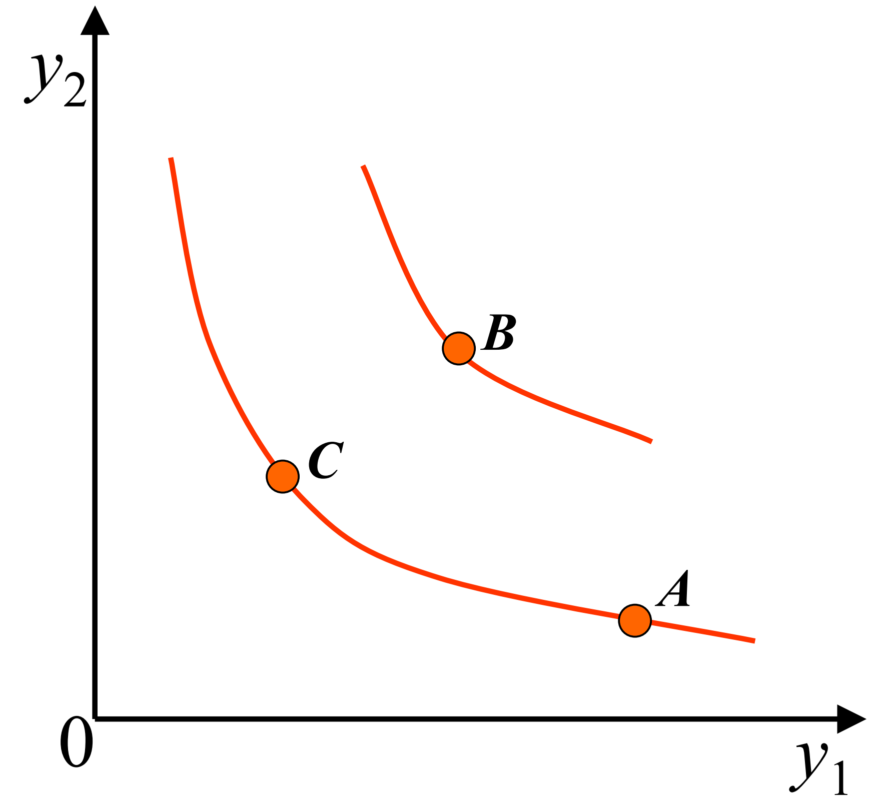
Il calcolo effettuato nella *slide* 44 ci garantisce che la curva di indifferenza più alta (e tangente) passa proprio nel punto $S = (10\ ;\ 5)$**.**

Utilità

La posizione di una curva di indifferenza può essere considerata come un indicatore del *benessere* del consumatore: più in alto sulla "mappa" delle curve si trova il paniere, maggiore è la sua *utilità* (*U*). Come si misura l'utilità?

Non esiste una misura oggettiva, ma la cosa non è molto grave: va bene qualsiasi misura che attribuisce lo *stesso valore* di utilità ai panieri sulla *stessa curva* di indifferenza e *valori* via via *maggiori* ai panieri sulle *curve* di indifferenza *più alte.*

$U(A) = U(C); U(B) > U(A)$



Funzioni

FUNZIONE: ogni regola matematica che permette di calcolare il valore di una variabile (dipendente) partendo dal valore di una o più variabili (indipendenti).

UNA VARIABILE INDIPENDENTE: $y = f(x)$ (si legge y è funzione di x); per ogni dato valore di x (a piacere), la $f(\bullet)$, che rappresenta una formula, consente di calcolare il corrispondente valore di y.

Esempio. La funzione $y = 3x^2$; $x = 5 \rightarrow y = 75$; $x = -2 \rightarrow y = 12$.

DUE VARIABILI INDIPENDENTI: $y = f(x_1,x_2)$ (si legge y è funzione di x_1 e x_2) per ogni dato valore di x_1 e x_2 (a piacere), la $f(\bullet, \bullet)$, che rappresenta una formula, consente di calcolare il corrispondente valore di y.

Esempio. La funzione $y = 3x_1x_2$; $x_1 = 5$, $x_2 = -4 \rightarrow y = -60$.

Utilità marginali

1) L'utilità è una *funzione* dei panieri, ossia delle quantità dei due beni

$$U = U(y_1, y_2)$$

2) L'aumento di y_1 (a parità di y_2) fa aumentare l'utilità (per l'ipotesi di non sazietà); lo stesso se aumenta y_2 a parità di y_1

$$\Delta y_1 > 0 \rightarrow \Delta U > 0$$
$$\Delta y_2 > 0 \rightarrow \Delta U > 0$$

3) *Utilità marginale* (simbolo *Um*) è l'aumento di utilità che si verifica quando la quantità di un bene nel paniere aumenta di uno, a parità della quantità dell'altro (vi sono *due* utilità marginali)

$$\Delta y_1 = +1 \rightarrow \Delta U = Um_1$$
$$\Delta y_2 = +1 \rightarrow \Delta U = Um_2$$

Utilità marginali e SMS

Per definizione, lungo una curva di indifferenza l'utilità è *costante*

Spostiamoci da un punto della curva a un punto "vicino", aumentando il primo bene di $\Delta y_1 > 0$ e riducendo il secondo di $\Delta y_2 < 0$

$$\Delta y_1 \rightarrow \Delta U = Um_1 \times \Delta y_1 > 0$$
$$\Delta y_2 \rightarrow \Delta U = Um_2 \times \Delta y_2 < 0$$

Le due variazioni di utilità *si compensano* esattamente

$$Um_1 \times \Delta y_1 = -Um_2 \times \Delta y_2$$

$$\Delta y_2 / \Delta y_1 = \text{SMS} = -(Um_1 / Um_2)$$

Il saggio marginale di sostituzione *è uguale* al *rapporto* tra le due utilità marginali

Scelta del consumatore e utilità marginali

In *equilibrio* (escluse le "soluzioni d'angolo") la curva di indifferenza è *tangente* alla retta del bilancio. Le loro *inclinazioni* sono *uguali*.

Ovvero, in *equilibrio*, il saggio marginale di sostituzione (inclinazione della curva di indifferenza) è uguale al prezzo relativo (inclinazione della retta del bilancio): $\text{SMS} = p_1/p_2$

Relazione tra SMS e utilità marginali:

$\text{SMS} = -(Um_1/\, Um_2)$.

Perciò:

$$Um_1/Um_2 = p_1/p_2$$

$$Um_1/p_1 = Um_2/p_2$$

Uguaglianza delle utilità marginali ponderate

Dotazioni iniziali

Modifichiamo il modello: adesso il consumatore *non* dispone della somma di *denaro* M *ma* del paniere di *beni* $E = (e_1\ ;\ e_2)$. Se il consumatore vuole consumare una quantità $y_1 > e_1$, deve *vendere* un po' della sua dotazione e_2 (e viceversa). Il vincolo di bilancio diventa allora:

$$p_1 y_1 + p_2 y_2 = p_1 e_1 + p_2 e_2$$

Il significato di questa versione del vincolo è molto simile al precedente: se il consumatore vendesse tutta la sua dotazione iniziale di beni E convertendola in denaro M, si tornerebbe esattamente al problema di prima (nella formula, dopo il segno di uguale, comparirebbe appunto M); però non ha bisogno di vendere tutto, visto che vuole consumare.

Versioni alternative del vincolo di bilancio

Il vincolo di bilancio $p_1 y_1 + p_2 y_2 = p_1 e_1 + p_2 e_2$ può essere scritto in altri due modi (equivalenti):

1) Portando tutto al primo membro si ottiene:

$$p_1(y_1 - e_1) + p_2(y_2 - e_2) = 0$$

SIGNIFICATO: se $y_1 > e_1$ (si *vuole* consumare *più* della *prima* dotazione) allora deve aversi $y_2 < e_2$ (si *deve* consumare *meno* della *seconda* dotazione);

2) Si può scrivere anche:

$$p_1(y_1 - e_1) = p_2(e_2 - y_2)$$

SIGNIFICATO: i soldi ricavati dalla vendita del secondo bene bastano *esattamente* ad acquistare il primo bene (questo vale anche se si compra il secondo bene e si vende il primo).

Retta del bilancio e dotazioni iniziali

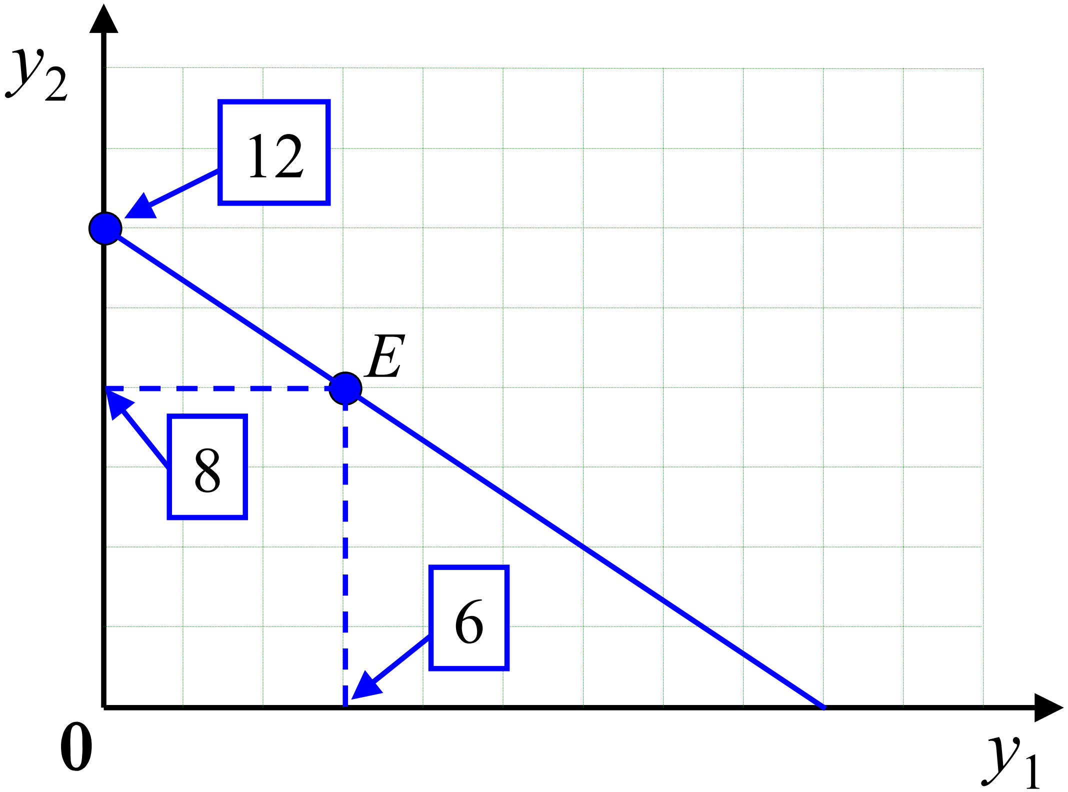
Il grafico della retta del bilancio è molto simile a quello del modello con M. Potremmo costruirlo col solito procedimento (vedi *slide* 21) calcolando prima il valore di M che si ottiene vendendo tutto il paniere E. Ma è più istruttivo procedere in un altro modo.

L'idea è che la retta del bilancio passa *per forza* nel punto *E*, *quali che siano i prezzi*. Questo perché il consumatore, se vuole, ha sempre la possibilità di scegliere di consumare quel paniere (visto che lo possiede già).

L'algebra conferma quanto appena detto: se si mette $y_1 = e_1$ e $y_2 = e_2$ nel vincolo di bilancio, si ottiene una *identità*, ossia un'eguaglianza che è vera per qualsiasi valore di p_1 e p_2 (il primo membro diventa identico al secondo membro).

Il grafico

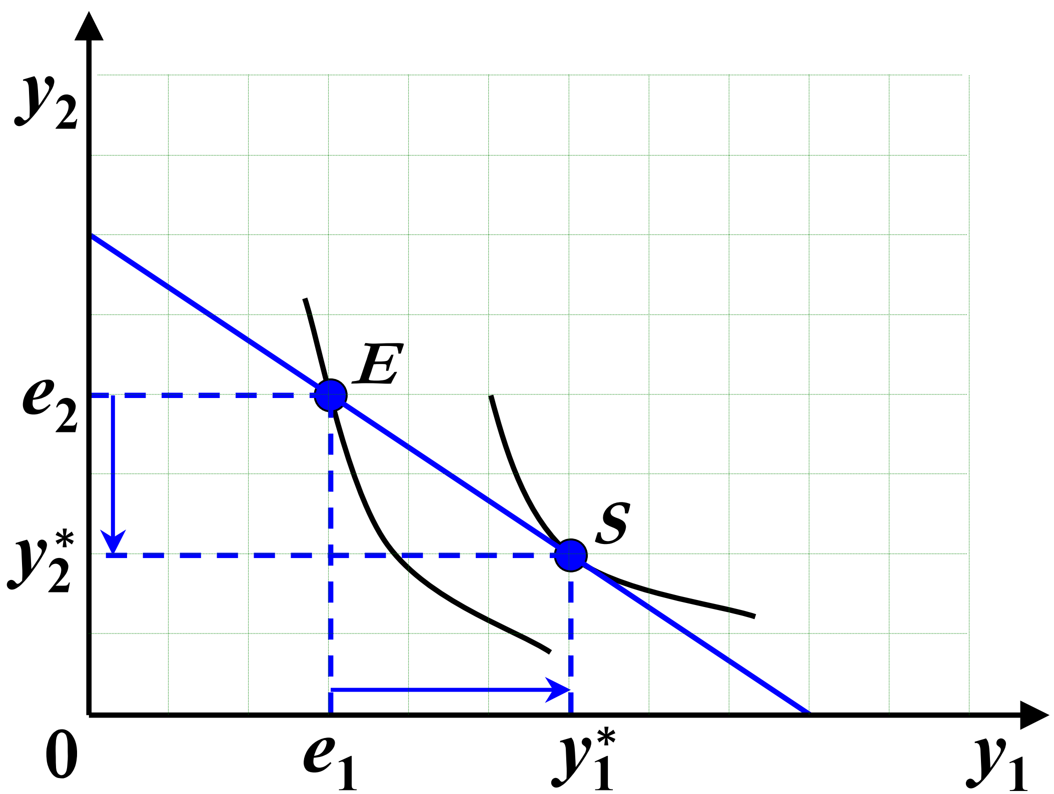
Sappiamo già che la retta passa nel punto $E = (e_1\ ;\ e_2)$. Poniamo che sia $E = (6\ ;\ 8)$. Poniamo anche che sia $p_1 = 10$ e $p_2 = 15$.



Ci serve un altro punto (oppure un modo per calcolare l'inclinazione). Per trovare un altro punto basta mettere nell'equazione del vincolo $y_1 = 0$ e trovare il corrispondente valore di y_2 (controllare che si trova $y_2 = 12$). Ora si può tracciare la retta.

La scelta (grafico)

Inizialmente il consumatore si trova in E, il punto della sua *dotazione* (o *endowment*). In E la curva di indifferenza non è tangente (ci sono panieri migliori). La *scelta* ottima è il paniere S. Esso



viene ottenuto vendendo la quantità $s_2 = e_2 - y_2^*$, in modo da acquistare col ricavato la quantità $d_1 = y_1^* - e_1$.

Nel mercato del primo bene il soggetto *domanda* la quantità d_1; in quello del secondo bene *offre* la quantità s_1.

La scelta (calcolo)

Il paniere scelto è identificato (come sempre) dalla curva di indifferenza più alta; quando è tangente (come assumeremo) vale la solita condizione SMS $= p_1/p_2$. **Consideriamo i numeri della *slide* 54** ($e_1 = 6$, $e_2 = 8$, $p_1 = 10$ **e** $p_2 = 15$)**.Con questi dati il vincolo di bilancio diventa** $2y_1 + 3y_2 = 36$ **(controllare il calcolo). Supponiamo infine che** SMS $= 2y_2/y_1$.

Dalla condizione SMS $= p_1/p_2$ **si può calcolare facilmente che** $y_1 = 3y_2$ **(controllare). Sostituendo questo risultato nel vincolo di bilancio si trova** $y_2 = 4$ **e poi** $y_1 = 12$ **(controllare).**

Il consumatore non dispone di soldi ma di beni. Perciò *vende* (offre) 4 **unità del secondo bene (ne ha** 8 **e ne vuole consumare** 4**) ottenendo** $4\times15 = 60$ **con cui può *acquistare* (domandare) le** 6 **unità del primo bene** ($6\times10 = 60$) **che vuole consumare in più rispetto alle** 6 **che ha già.**

Quanto lavorare?

Finora abbiamo assunto che le risorse del consumatore siano date. Due casi: (a) denaro M ; (b) paniere di dotazioni E.

Studiamo un caso in cui può aumentarle *vendendo* (offrendo) *lavoro*. Indichiamo la quantità offerta di lavoro col simbolo x e il prezzo di una unità di lavoro (il salario) col simbolo w.

Dato che ci interessa *questo* aspetto della scelta, semplifichiamo il lato degli acquisti: il soggetto può comprare *solo un bene*, y, il cui prezzo (dato) è p.

Come si scrive il vincolo di bilancio? Evidentemente così:

$$py = M + wx$$

Al primo membro c'è la *spesa*; al secondo le *risorse*.

Cosa vende il lavoratore?

Vende una parte della sua *disponibilità di tempo*.

Indichiamo con T la sua *dotazione* (data) di tempo e con L la quantità di tempo che *non* viene venduta. Il simbolo L sta per tempo *libero*. Possiamo interpretare la quantità L come il *consumo di tempo libero* da parte del soggetto.

Avremo perciò:

$$L = T - \boldsymbol{x}$$

Il consumo di tempo libero (*leisure*) è la *differenza* tra il tempo disponibile e il tempo venduto come lavoro.

Quanto costa una unità di tempo? Costa w. Perché?

Appunto perché w è quel che si incassa vendendola.

Dotazioni di consumo e di tempo

Dal vincolo di tempo $L = T - x$ possiamo ricavare $x = T - L$

(ossia, il lavoro offerto è la differenza tra tempo disponibile e tempo libero)

Sostituendo nel vincolo di bilancio della *slide* 57, otteniamo

$$py = M + wT - wL$$

Quante unità del bene si possono comprare con la somma M? Indichiamole col simbolo e_y (sono la "dotazione" di consumo cui si ha diritto se si decide di non lavorare):

abbiamo $e_y = M/p$; e perciò anche $M = pe_y$

Possiamo anche scrivere $T = e_L$ (T come "dotazione" di tempo).

Riscriviamo il vincolo di bilancio

Utilizziamo le due espressioni che abbiamo trovato per M e per T nella formula del vincolo di bilancio, e riordiniamo:

$$wL + py = we_L + pe_y$$

Questa nuova versione del vincolo di bilancio *somiglia* moltissimo a quella della *slide* 51, e ha lo *stesso significato*.

La scelta è tra *due beni*, "tempo libero" (L) e "consumo" (y).
Di ciascuno si ha una *dotazione* iniziale:
e_L per il tempo ed e_y per il consumo.

Come nel modello con dotazioni iniziali, se si vuole consumare $y > e_y$ si deve "consumare" $L < e_L$, ossia *vendere lavoro*.

Però qui *non* vale il *viceversa*: è impossibile $L > e_L$ (perché?).